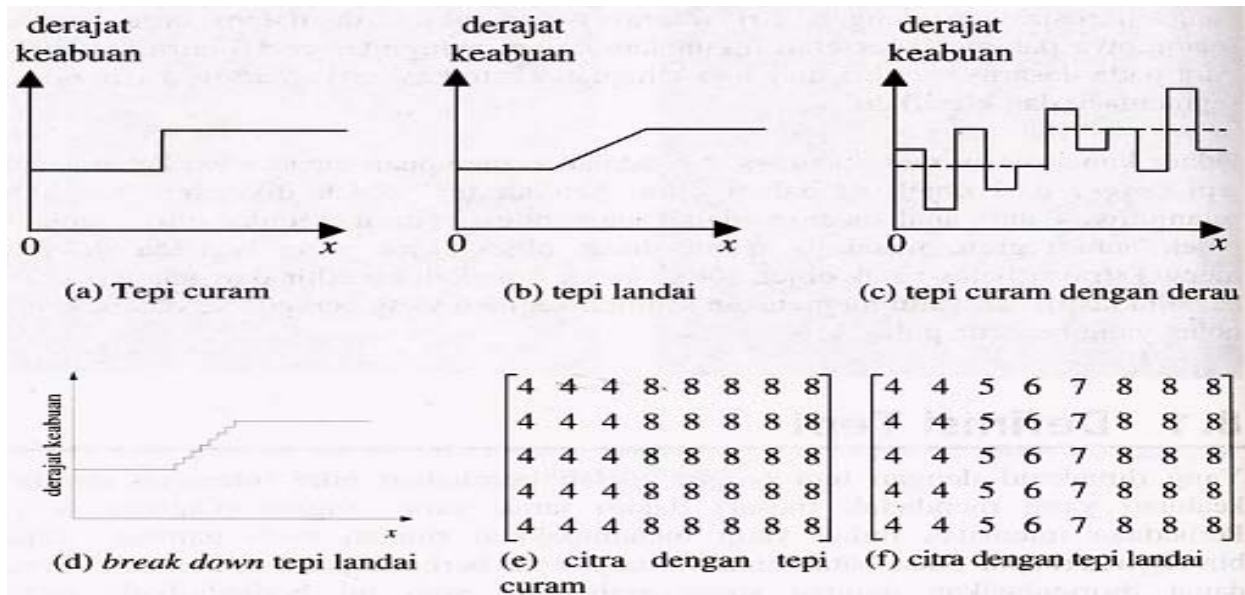


Pendeteksian Tepi (Edge Detection)

Pendeteksian tepi

- Tepi
 - Edge, perubahan nilai intensitas derajat keabuan yang mendadak dalam jarak yang singkat
 - Terdapat pada batas antara dua daerah pada citra
 - Dapat diorientasikan dengan suatu arah, yang dapat berbeda bergantung pada perubahan intensitas

- Ada 3 macam tepi dalam citra digital :
 - Tepi curam, arah berkisar 90^0
 - Tepi landai/ lebar, sudut arah kecil. Dianggap terdiri dari sejumlah tepi-tepi lokal yang lokasinya berdekatan
 - Tepi yang mengandung noise. Perlu dilakukan image enhancement.



Tujuan Deteksi Tepi

- Meningkatkan penampakan garis batas suatu daerah atau objek di dalam citra
- Mencirikan batas objek dan berguna untuk proses segmentasi dan identifikasi objek
- Karena termasuk dalam komponen berfrekuensi tinggi, perlu filter high-pass.

Teknik Mendeteksi Tepi

- Karena termasuk dalam komponen berfrekuensi tinggi, perlu High-Pass Filter (HPF).
- Teknik mendeteksi tepi :
 - Operator Gradient Pertama (*differential gradient, center difference, Sobel, Prewitt, Roberts*)
 - Operator Turunan Kedua (Laplacian, Laplacian of Gaussian /LoG)
 - Operator Kompas

Operator Gradient Pertama

Perubahan intensitas yang besar dalam jarak yang singkat dipandang sebagai fungsi yang memiliki kemiringan yang besar. Kemiringan dilakukan dengan menghitung turunan pertama (gradient).

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix}$$

Dengan G_x dan G_y

$$G_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$G_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = f(x, y+1) - f(x, y)$$

Mask Konvolusi

$$G_1(x) = [-1 \quad 1]$$

$$G_1(y) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Operator Gradient Pertama

Kekuatan tepi merupakan magnitudo dari gradien dapat dihitung dengan:

$$(i) G[f(x,y)] = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}, \text{ atau}$$

$$(ii) G[f(x,y)] = |G_x| + |G_y|, \text{ atau}$$

$$(iii) G[f(x,y)] = \max\{|G_x|, |G_y|\}, \text{ atau}$$

$$(iv) G[f(x,y)] = \max\{|G_x|, |G_y|\}.$$

Hasil pendeteksian tepi adalah **citra tepi** $g(x,y)$ yang nilai setiap pixel-nya menyatakan kekuatan tepi : **$g(x,y) = G[f(x,y)]$**

Keputusan apakah suatu pixel merupakan tepi atau bukantepi dinyatakan dengan operasi pengambangan sebagai berikut :

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{jika } G[f(x, y)] \geq T \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Operator Gradien Pertama yang Lain

- ***Selisih terpusat (center-difference)***

$$D_x(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{f(x+1, y) - f(x-1, y)}{2}$$

$$D_y(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{f(x, y+1) - f(x, y-1)}{2}$$

Mask Konvolusi :

$$D_2(x) = [-1 \ 0 \ 1] \quad \text{dan} \quad D_2(y) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- ***Sobel***

$$\begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ a_7 & (x, y) & a_3 \\ a_6 & a_5 & a_4 \end{bmatrix}$$

Dengan magnitude : $M = \sqrt{s_x^2 + s_y^2}$

$$s_x = (a_2 + ca_3 + a_4) - (a_0 + ca_7 + a_6)$$

$$s_y = (a_0 + ca_1 + a_2) - (a_6 + ca_5 + a_4)$$

Dengan $c=2$, mask konvolusi-nya : $S_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $S_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

Operator Gradien Pertama yang Lain

Contoh

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 7 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 7 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(i) citra semula

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * \\ * & 18 & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}$$

(ii) hasil konvolusi

Nilai 18 pada citra hasil konvolusi diperoleh dengan perhitungan berikut

$$S_x = (3)(-1) + (2)(-2) + (3)(-1) + (2)(1) + (6)(2) + (7)(1) = 11$$

$$S_y = (3)(1) + (4)(2) + (2)(1) + (3)(-1) + (5)(-2) + (7)(-1) = -7$$

$$M = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{11^2 + (-7)^2} \cong |S_x| + |S_y| = |11| + |-7| = 18$$

Contoh

Contoh 8.3. Di bawah ini contoh lain pendeteksian tepi dengan operator Sobel, dimana hasil konvolusi diibandingkan dengan $T = 12$.

Citra:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 4 & 3 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 3 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

$|gradien - x| + |gradien - y|$:

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & 4 & 6 & 4 & 10 & 14 & 12 & 14 & 4 & * \\ * & 6 & 8 & 10 & 20 & 16 & 12 & 6 & 0 & * \\ * & 4 & 10 & 14 & 10 & 2 & 4 & 2 & 4 & * \\ * & 2 & 12 & 12 & 2 & 2 & 4 & 6 & 8 & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

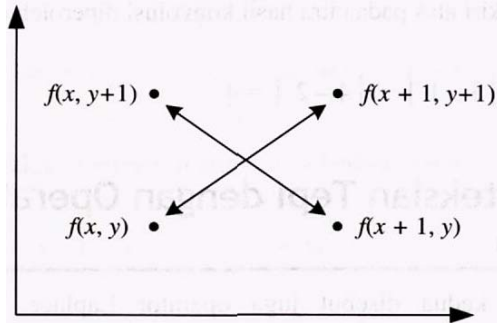
Operator Gradien Pertama yang Lain

- **Prewitt** : sama dengan sobel hanya konstanta yang digunakan adalah $c = 1$

Mask Konvolusi : $P_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $P_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

- **Roberts** : operator silang.

- Gradien dihitung



$$R_+(x, y) = f(x+1, y+1) - f(x, y)$$

$$R_-(x, y) = f(x, y+1) - f(x+1, y)$$

dimana R_+ turunan berarah 45° , dan R_- berarah 135° .

Mask Konvolusi $R_+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ dan $R_- = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

Contoh :

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 5 & 7 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 7 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

(i) citra semula

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & 6 & * \\ 5 & 7 & 8 & 2 & * \\ 2 & 5 & 4 & 4 & * \\ 1 & 1 & 8 & 7 & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

(ii) hasil konvolusi

Operator Turunan Kedua (Laplacian Operator)

- Mendeteksi lokasi tepi lebih akurat khususnya pada tepi yang curam
- Turunan keduanya mempunyai persilangan nol (zero-crossing), yang merupakan lokasi tepi yang akurat

- Rumus :

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$G_3(x) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \frac{f(x, y) - f(x - \Delta x, y)}{\Delta x}$$

Dengan :

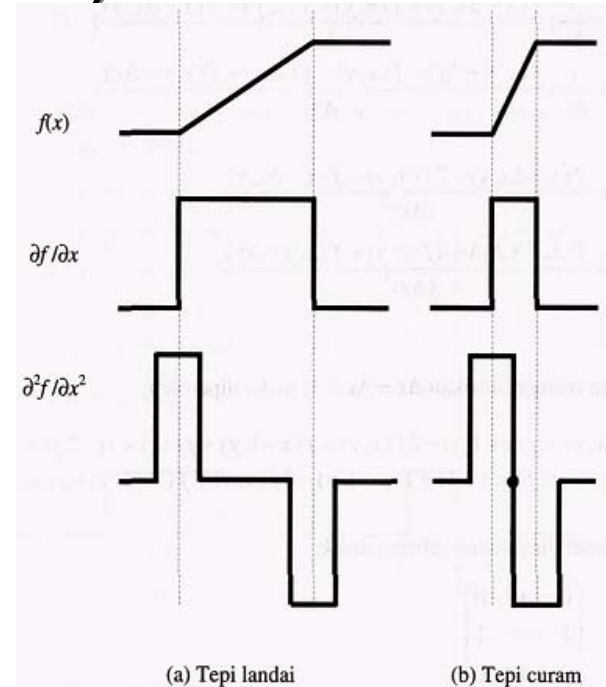
$$G_3(y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \frac{f(x, y) - f(x, y - \Delta y)}{\Delta y}$$

Maka :

$$\begin{aligned} \nabla^2 f(x, y) &= f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) - 2f(x, y) + f(x, y-1) \\ &= f(x, y-1) + f(x-1, y) - 4f(x, y) + f(x+1, y) + f(x, y+1) \end{aligned}$$

Mask Konvolusi :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$



Gambar 8.6 Deteksi tepi dengan operator turunan kedua

Operator Turunan Kedua (Laplacian Operator)

Contoh deteksi tepi vertikal

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & | & 8 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

(i) Citra semula

$$\begin{bmatrix} * & * & * & | & * & * & * & * \\ * & 0 & +4 & | & -4 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & +4 & | & -4 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & +4 & | & -4 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & +4 & | & -4 & 0 & 0 & * \\ * & * & * & | & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

(ii) Hasil konvolusi

Contoh deteksi tepi diagonal

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

(i) Citra semula

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & 0 & +8 & -4 & 0 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & 0 & +8 & -4 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & 0 & 0 & +8 & -4 & 0 & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

(ii) Hasil konvolusi

Contoh deteksi tepi landai

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 5 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

(i) Citra semula

$$\begin{bmatrix} * & * & * & * & * & * & * & * \\ * & 0 & +3 & 0 & -3 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & +3 & 0 & -3 & 0 & 0 & * \\ * & 0 & +3 & 0 & -3 & 0 & 0 & * \\ * & * & * & * & * & * & * & * \end{bmatrix}$$

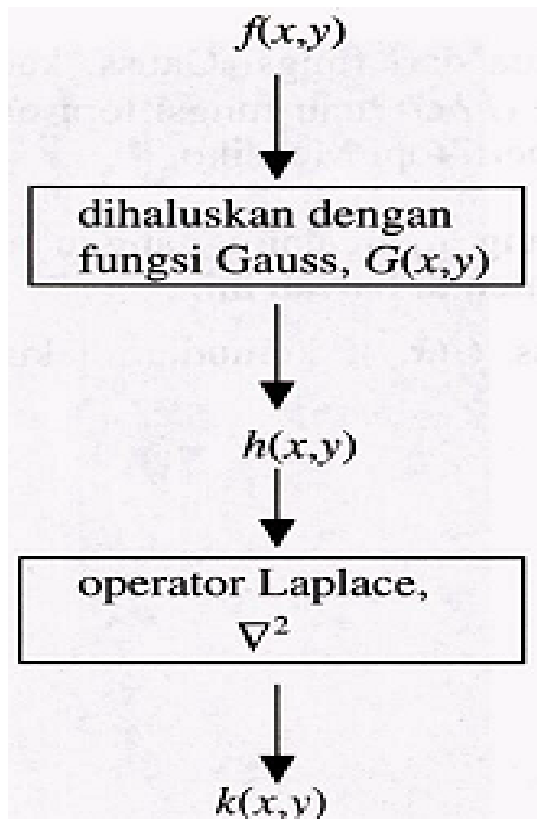
(ii) Hasil konvolusi

Laplacian of Gaussian Filtering (LoG)

- Untuk mengurangi deteksi tepi yang palsu difilter dulu dengan fungsi Gaussian.
- **Laplacian of Gaussian** filtering bertujuan untuk menghilangkan noise dan meningkatkan kualitas detil.
- Laplacian bertujuan untuk meningkatkan kualitas detil (detail enhancement)
- Laplacian operator (HPF):
$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Laplacian of Gaussian Filtering (LoG)

Skema deteksi tepi yang mengalami gangguan



$$k(x, y) = \nabla^2 h(x, y)$$

dan

$$h(x, y) = f(x, y) * G(x, y)$$

maka dapat dibuktikan bahwa

$$\nabla^2 [f(x, y) * G(x, y)] = f(x, y) * \nabla^2 G(x, y)$$

Jadi,

$$k(x, y) = f(x, y) * \nabla^2 G(x, y)$$

yang dalam hal ini,

$$\nabla^2 G(x, y) = \left(\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right) e^{-\frac{(x^2 + y^2)}{2\sigma^2}}$$

Fungsi ini merupakan turunan ke-2 dari fungsi Gauss, disebut LoG, Mexican Hat.

Laplacian of Gaussian Filtering (LoG)

- Jadi untuk mendeteksi tepi citra yang mengalami gangguan dapat dilakukan salah satu dari operasi berikut :
 1. konvolusi citra dengan fungsi gauss $G(x,y)$ kemudian dilakukan operasi laplacian thd. hasilnya atau
 2. konvolusi citra dengan LoG.

- Contoh filter LoG 5×5
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 16 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Operator Kompas

- Digunakan untuk mendeteksi semua tepi dari berbagai arah dalam citra
- Menampilkan dari 8 macam arah mata angin.

$$G[f(x, y)] = \max_i \{G_i[f(x, y)] \mid i = 1, 2, \dots, p\}$$

- Dilakukan dengan mengkonvolusi citra dengan berbagai mask kompas lalu dicari nilai magnitude (kekuatan tepi) yang terbesar dan arahnya.

• Operatornya :

	Utara	Timur Laut	Timur	Tenggara
	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
	Selatan	Barat Daya	Barat	Barat Laut
	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$