

BAB-12 PROYEKSI 3D

Pada materi ini kita akan mempelajari proyeksi 3D.
By: I Gusti Ngurah Suryantara, S.Kom., M.Kom

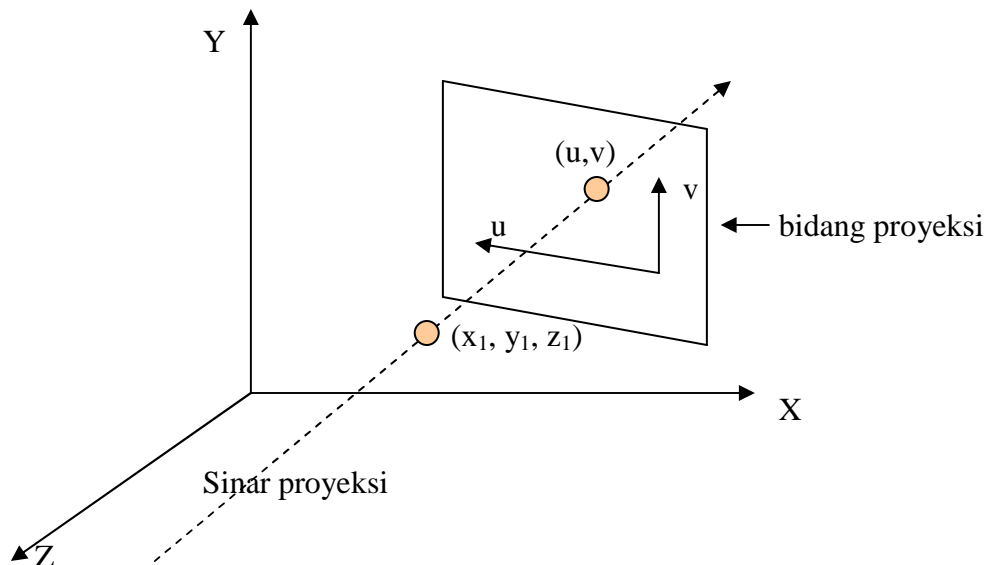
12.1. PENDAHULUAN

Proyeksi merupakan salah satu jenis transformasi, yaitu transformasi koordinat. Proyeksi merupakan proses dimana informasi tentang titik di sebuah sistem koordinat berdimensi n dipindahkan ke sistem koordinat berdimensi kurang dari n .

Sebagai contoh titik (x,y,z) yang berada di sistem koordinat 3D dipindahkan ke sistem koordinat 2D sehingga menjadi (x,y) , transformasi tersebut tentunya harus memperhitungkan pengaruh z terhadap titik (x,y) .

Proyeksi dapat dilakukan terhadap bidang datar (planar) atau bidang kurva. Materi ini akan membahas proyeksi pada bidang datar atau disebut *planar geometric projection*.

planar geometric projection dilakukan melalui sinar proyeksi yang muncul dari titik pusat proyeksi melewati setiap titik dari benda dan memotong bidang proyeksi (*projection plane*) untuk mendapatkan benda hasil proyeksi.



Gambar 12.1. *Proyeksi planar*

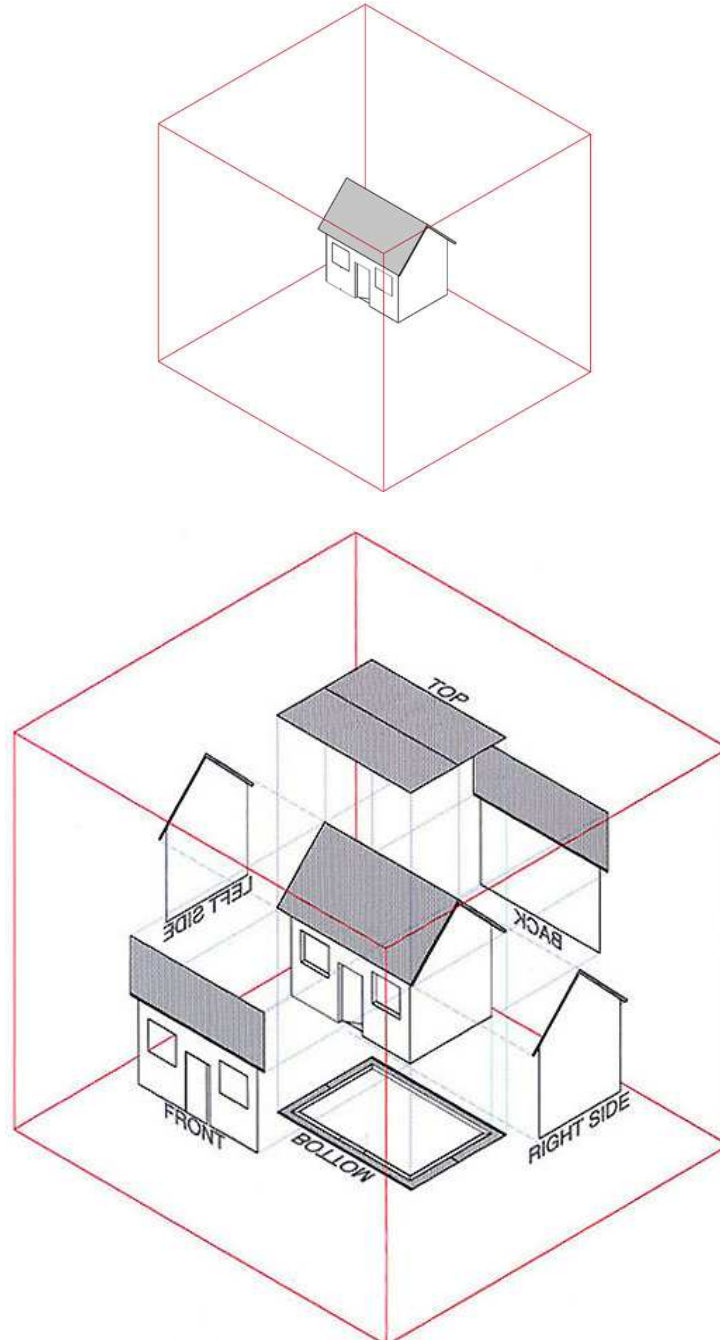
Proyeksi planar dapat dibagi menjadi dua macam, yaitu: **proyeksi paralel** dan **proyeksi perspektif**. Perbedaan antara kedua proyeksi ini adalah: pada proyeksi perspektif jarak antara titik pusat proyeksi ke bidang proyeksi bersifat *infinite* (tertentu) sedangkan pada proyeksi paralel jarak antara titik pusat proyeksi ke bidang proyeksi tidak terhingga.

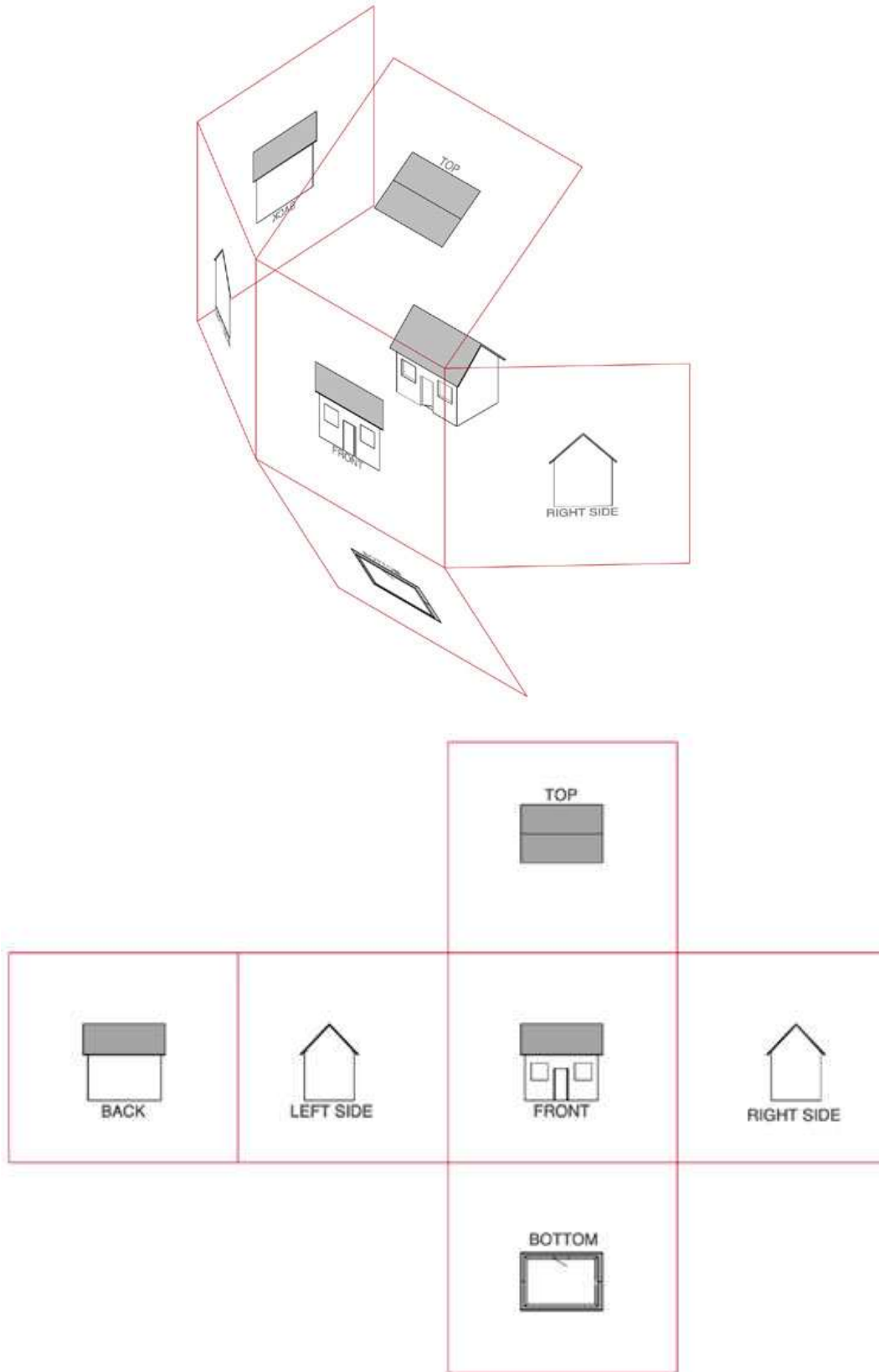
12.2. PROYEKSI PARALEL

Proyeksi paralel dapat dikategorikan menurut hubungan antara arah proyeksi dengan vektor normal dari bidang proyeksi, ke dalam dua macam proyeksi: *orthographic* dan *oblique*.

12.2.1. Proyeksi *Orthographic*

Proyeksi *orthographic* diperoleh apabila sinar proyeksi tegak lurus dengan bidang proyeksi. Proyeksi *orthographic* sering digunakan untuk menghasilkan tampak depan, tampak atas dari sebuah benda atau disebut sebagai *multiview orthographic*. Tampak atas, tampak belakang dan tampak samping dari sebuah benda sering disebut sebagai *elevation*. Sedangkan tampak atas disebut sebagai *plan view*.





Gambar 12.2. *Multiview Orthographic*

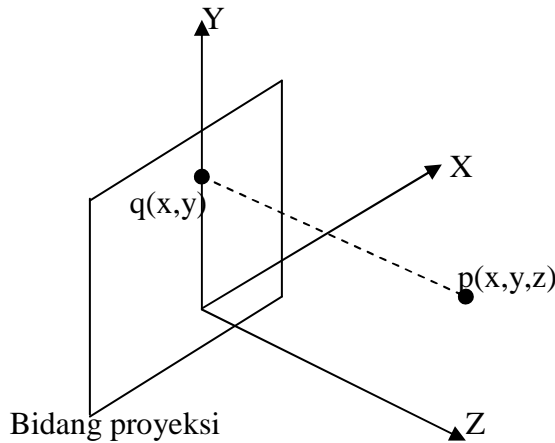
Transformasi untuk proyeksi *multiview orthographic* dapat diperoleh dengan rumus:

Proyeksi terhadap bidang **x-z**: $q_x = p_x, q_y = p_z$

Proyeksi terhadap bidang **y-z**: $q_x = p_y, q_y = p_z$

Proyeksi terhadap bidang **x-y**: $q_x = p_x, q_y = p_y$

Dimana $q(x,y)$ merupakan titik hasil proyeksi dari $p(x,y,z)$ gambar berikut:



Gambar 12.3. *Trnasformasi untuk memperoleh proyeksi orthographic*

LATIHAN 12.1

Diketahui sejumlah vertex seperti pada **Tabel 12.1** dan permukaan benda diperoleh melalui **Tabel 12.2** hitunglah lokasi vertex setelah diproyeksikan paralel terhadap bidang x-z.

Tabel 12.1 *Vertex*

Vertex	x	y	z
0	0,0	0,0	0,0
1	1,0	0,0	0,0
2	1,0	0,0	1,0
3	0,0	0,0	1,0
4	0,5	0,5	0,5

Tabel 12.2 *Surface Index*

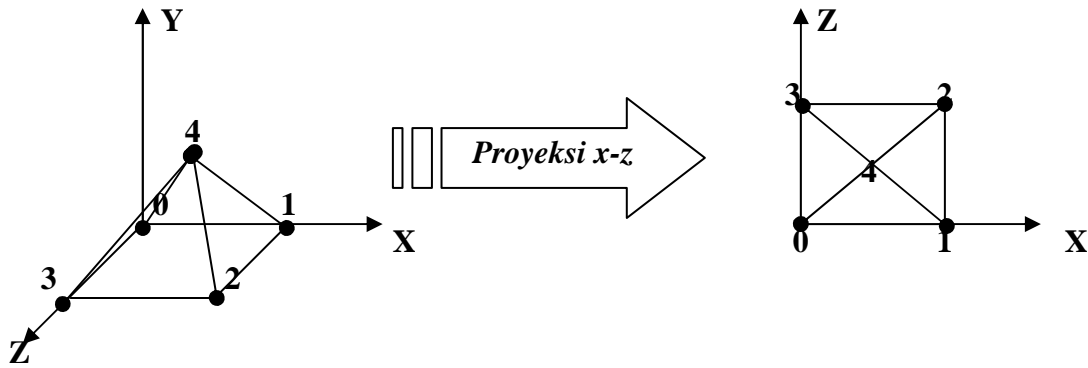
Surface index											
0	1	4	1	2	4	2	3	4	3	1	4

JAWAB 12.1

Hasil proyeksi vertex terhadap bidang x-z diperoleh dengan menghilangkan komponen y dari informasi vertex, seperti ditunjukkan pada **Tabel 12.3**.

Tabel 12.3 *Veretex hasil proyeksi ke bidang x-z*

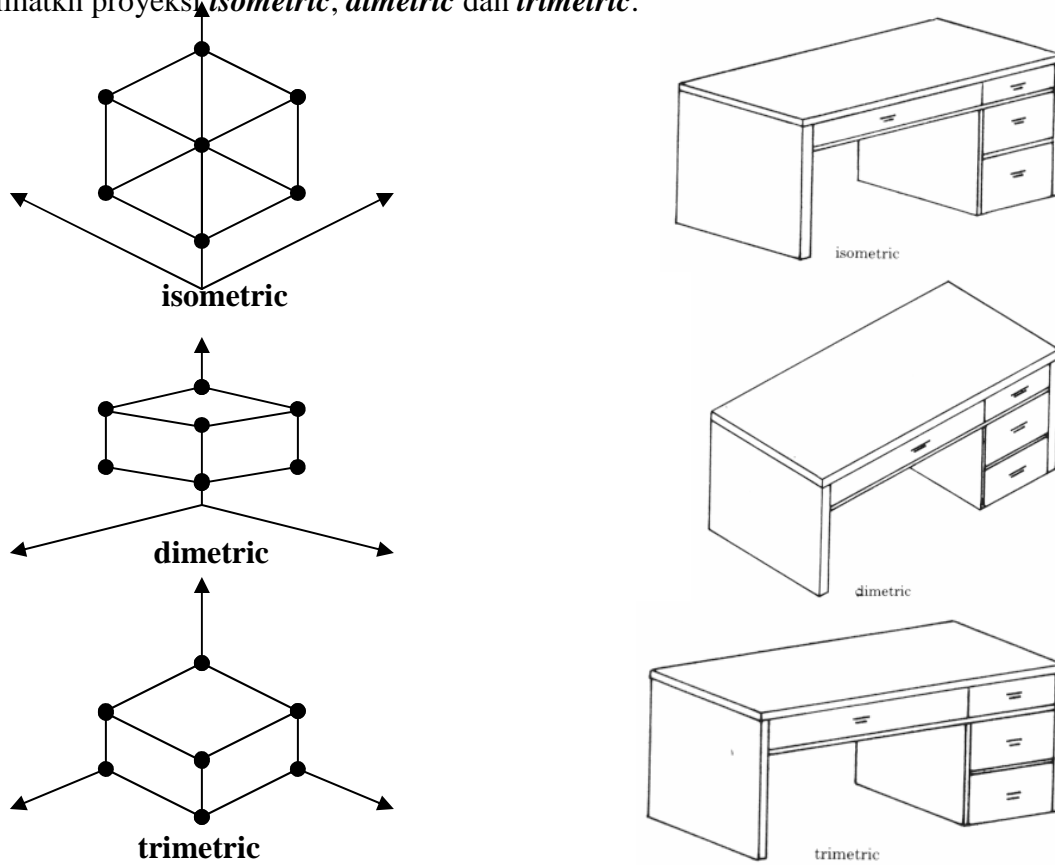
Vertex	x	z
0	0,0	0,0
1	1,0	0,0
2	1,0	1,0
3	0,0	1,0
4	0,5	0,5



Gambar 12.4 Proyeksi vertex-vertex terhadap bidang x-z

Proyeksi *orthographic* yang menampilkan lebih dari satu permukaan benda disebut sebagai proyeksi *axonometric*. Apabila proyeksi *axonometric* dilakukan dengan mengatur agar bidang proyeksi berpotongan dengan ketiga sumbu koordinat (*principal axes*) pada sudut yang sama maka kita akan memperoleh proyeksi *isometric*.

Jenis lain dari proyeksi *axonometric* adalah proyeksi *dimetric* yaitu proyeksi yang diperoleh dengan mengatur agar bidang proyeksi berpotongan dengan dua sumbu utama pada sudut yang sama, sedangkan proyeksi *trimetric* diperoleh apabila ketiga sumbu utama berpotongan dengan bidang proyeksi pada sudut yang berbeda. Gambar 12.5 memperlihatkan proyeksi *isometric*, *dimetric* dan *trimetric*.

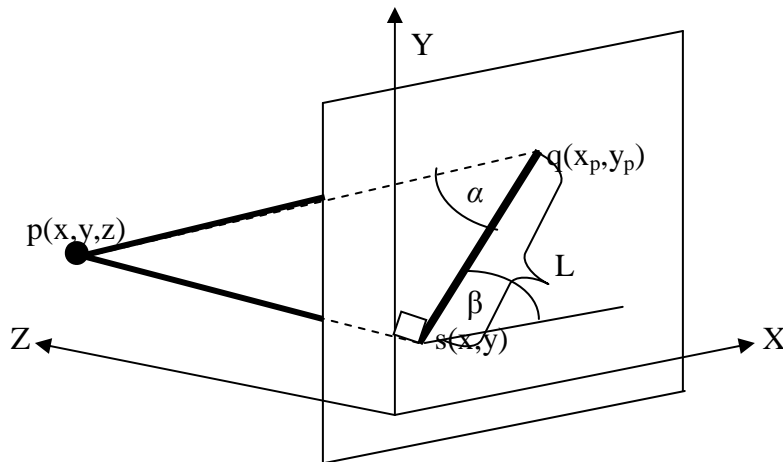


Gambar 12.5 Proyeksi axonometric

12.2.2. Proyeksi Oblique

Proyeksi *oblique* diperoleh dengan cara membuat sinar proyeksi tidak tegak lurus terhadap bidang proyeksi. Proyeksi *oblique* membutuhkan dua buah sudut yaitu α dan β seperti pada **Gambar 12.6**. titik (x,y,z) diproyeksikan menjadi titik $q(x_p,y_p)$ di bidang proyeksi.

Titik hasil proyeksi *orthographic* terletak di $s(x,y)$. Sinar proyeksi membuat sudut α terhadap garis q-s yang terletak di bidang proyeksi. Garis q-s dengan panjang L membentuk sudut terhadap arah mendatar dari bidang proyeksi.



Gambar 12.6 *Proyeksi oblique dari titik $p(x,y,z)$ ke titik $q(x_p,y_p)$*

Koordinat hasil proyeksi dapat dituliskan sebagai berikut:

rumus 1

$$\begin{aligned} x_p &= x + L \cos \beta \\ y_p &= y + L \sin \beta \end{aligned}$$

panjang L merupakan fungsi dari koordinat z dan dapat dihitung sebagai berikut: *rumus 2*

$$\tan \alpha = \frac{z}{L} = \frac{1}{L_1}$$

Dengan L_1 merupakan panjang dari q-s saat $z=1$. rumus 2 dapat dituliskan sebagai berikut:

rumus 3

$$\frac{z}{L} = \frac{1}{L_1}$$

$$L = zL_1$$

Sehingga rumus 1 dapat ditulis ulang sebagai berikut:

rumus 4

$$\begin{aligned} x_p &= x + z (L_1 \cos \beta) \\ y_p &= y + z (L_1 \sin \beta) \end{aligned}$$

Apabila $\alpha = 90^\circ$ maka $L1 = 0$ sehingga dari rumus 4 kita memperoleh proyeksi *orthographic*, tetapi apabila $L1$ tidak sama dengan 0 maka kita akan memperoleh proyeksi *oblique*. Proyeksi *oblique* dengan $\alpha = 45^\circ$ disebut sebagai proyeksi *cavalier*, apabila $\alpha = 63,43495^\circ$ maka kita akan memperoleh proyeksi *cabinet*.

LATIHAN 12.2

Hitunglah lokasi vertex pada **Tabel 12.1** dengan menggunakan $\alpha = 45^\circ$ dan $\beta = 45^\circ$ serta $\alpha = 45^\circ$ dan $\beta = 30^\circ$

JAWAB 12.2

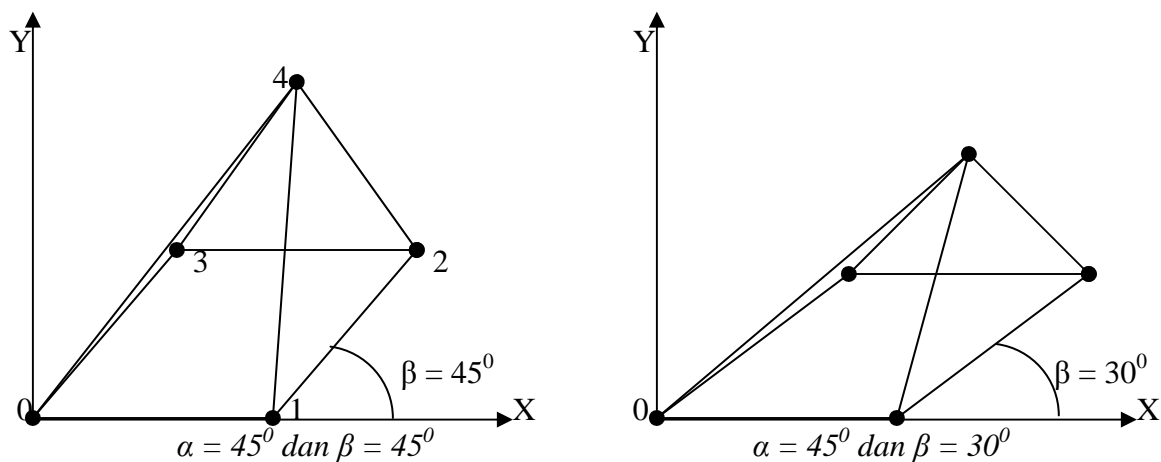
Apabila digunakan $\alpha = 45^\circ$ dan $\beta = 45^\circ$ akan diperoleh vertex-vertex hasil proyeksi seperti pada **Tabel 12.4** sedenagkan apabila digunakan 45° dan $\beta = 30^\circ$ akan diperoleh hasil proyeksi seperti pada **Tabel 12.5**. hasil proyeksi ditunjukkan pada **Gambar 12.7**.

Tabel 12.4. Hasil proyeksi oblique dengan $\alpha = 45^\circ$ dan $\beta = 45^\circ$

Vertex	x	y
0	0,0	0,0
1	1,0	0,0
2	1,7071	0,7071
3	0,7071	0,7071
4	0,8535	0,8535

Tabel 12.5. Hasil proyeksi oblique dengan $\alpha = 45^\circ$ dan $\beta = 30^\circ$

Vertex	x	y
0	0,0	0,0
1	1,0	0,0
2	1,8660	0,5
3	0,8660	0,5
4	0,9331	0,75



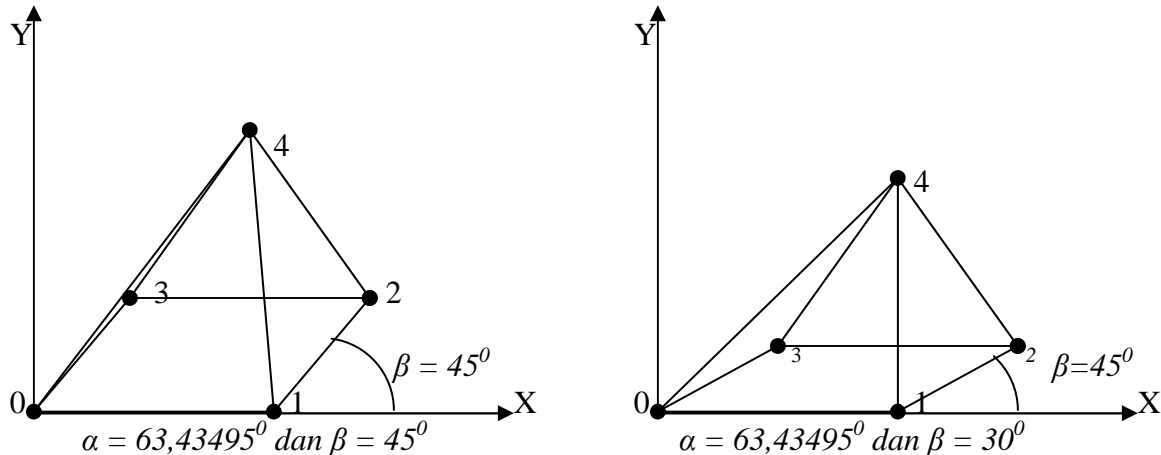
Gambar 12.7 Proyeksi oblique cavalier

LATIHAN 12.3

Dengan menggunakan **Tabel 12.1** gambarkan benda setelah dilakukan proyeksi *cabinet* dengan $\beta = 45^0$ serta $\beta = 45^0$

JAWAB 12.3

Gambar 12.8 memperlihatkan hasil proyeksi *cabinet* dengan $\alpha = 63,43495^0$ dan $\beta = 45^0$ serta $\alpha = 63,43495^0$ dan $\beta = 30^0$



Gambar 12.8 Proyeksi cabinet

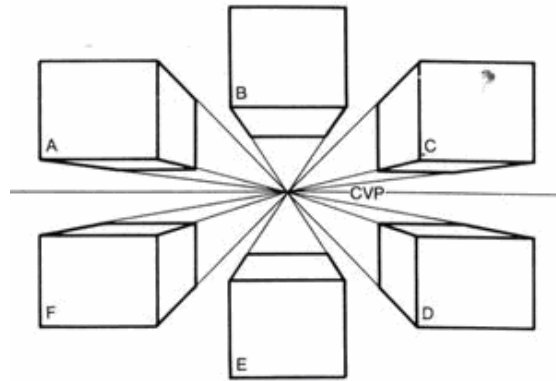
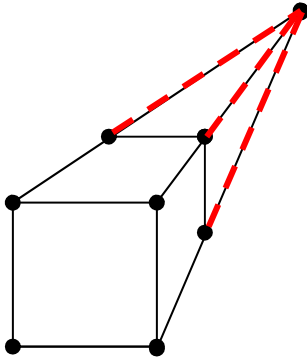
12.3. PROYEKSI PERSPEKTIF

Proyeksi perspektif memberikan sudut pandang yang lebih realistis dibandingkan proyeksi *orthographic*. Proyeksi perseprktif memberikan tampilan yang sama dengan apa yang kita lihat sehari-hari karena pada kenyataanya jarak benda terhadap kita akan mempengaruhi bagaimana benda tersebut terlihat.

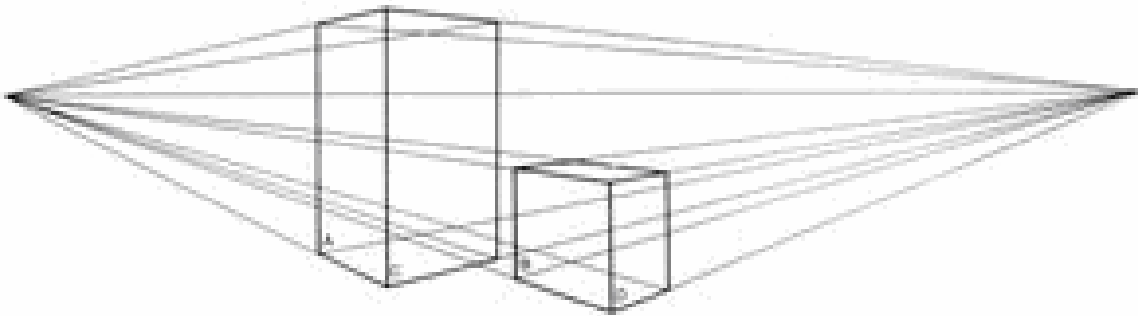
Benda yang terlihat jauh akan kelihatan kecil sedangkan benda yang dekat akan terlihat lebih besar. Efek ini disebut sebagai *shortening* (pemendekan).

Pada proyeksi *persepektif* semua garis menghilang pada satu atau lebih titik yang sama atau disebut titik hilang (*vanishing point*). Hal ini mengakibatkan gari sejajar akan tampak tidak sejajar ketika diproyeksikan perspektif. Bergantung kepada lokasi dimana kita melihat benda maka kita akan memperoleh efek: **1 titik hilang**, **2 titik hilang** dan **3 titik hilang**. **Gambar 12.10** memperlihatkan benda berdasarkan banyaknya titik hilang.

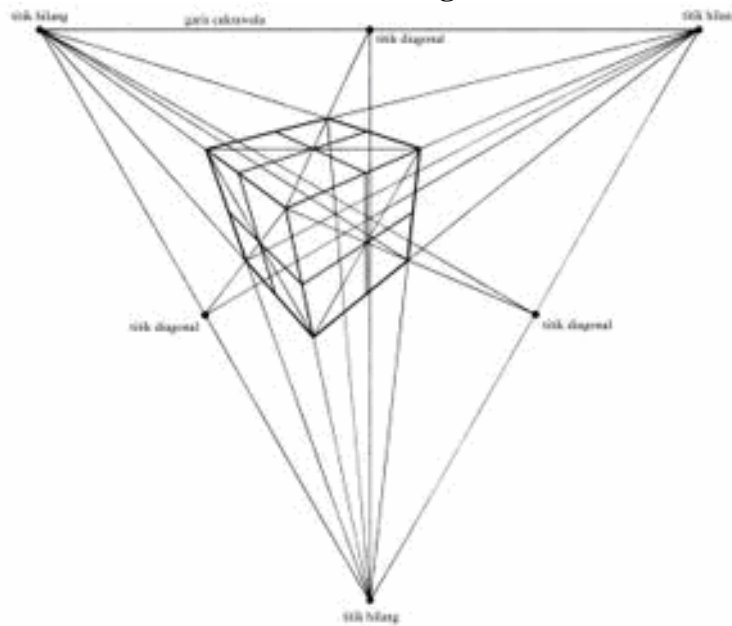
Perspektif 1 titik hilang akan diperoleh apabila ketinggian pemirsa relatif sama dengan ketinggian benda yang dilihat dan berada pada jarak relatif dekat, dan perspektif 2 titik hilang akan diperoleh apabila pemirsa berada sedikit lebih tinggi atau lebih rendah dan agak jauh dari benda, sedangkan perspektif 3 titik hilang akan diperoleh apabila lokasi pemirsa jauh lebih tinggi atau lebih rendah dibandingkan benda yang dilihat.



1 titik hilang



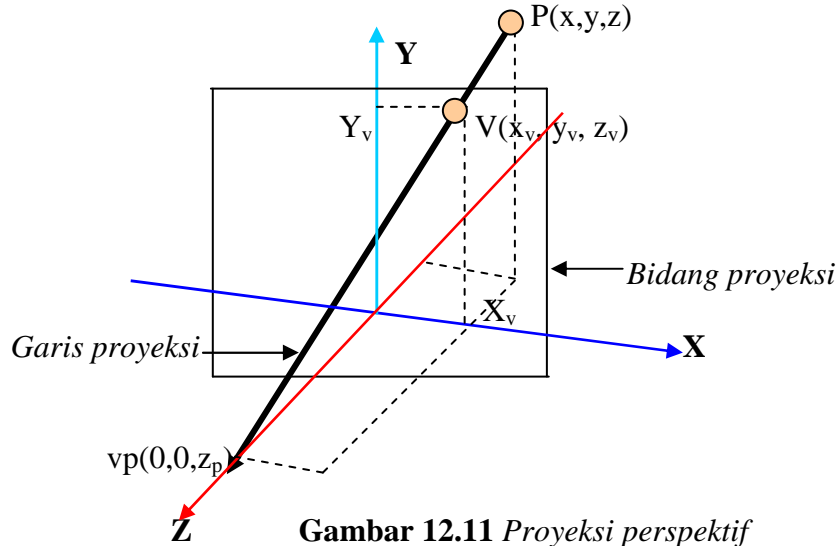
2 titik hilang



3 titik hilang

Gambar 12.10 Pengaruh titik hilang terhadap tampak benda

Gambar 12.11 menunjukkan bagaimana proyeksi perspektif terjadi. Titik $p(x,y,z)$ diproyeksikan ke bidang $x-y$ melalui garis proyeksi yang memotong sumbu z pada jarak z_p . Garis proyeksi akan memotong bidang proyeksi di titik $v(x_v,y_v,z_v)$.



Gambar 12.11 Proyeksi perspektif

Lokasi titik-titik (x',y',z') disepanjang garis proyeksi dapat diperoleh melalui:

$$\begin{aligned} x' &= x - xu \\ y' &= y - yu \\ z' &= z - (z - z_p)u \end{aligned}$$

rumus 1

Parameter u bergerak dari 0 menuju 1. saat $u = 0$ maka kita akan berada di $P(x',y',z')$ dan saat $u = 1$ maka kita akan berada di titik $vp(0,0,z_p)$. Berapa nilai u ketika garis proyeksi berpotongan dengan bidang proyeksi? saat garis proyeksi berpotongan dengan bidang proyeksi kita akan memperoleh titik potong $V(x_v, y_v, z_v)$, maka:

$$\begin{aligned} z' &= z_v \\ z_v &= z - (z - z_p)u \\ u &= \frac{z_v - z}{z_p - z} \end{aligned}$$

rumus 2

Substitusi rumus 2 ke rumus 1 untuk parameter u akan menghasilkan:

$$x_v = x - xu$$

$$x_v = x - x \left[\frac{z_v - z}{z_p - z} \right] = \frac{x(z_p - z) - x(z_v - z)}{z_p - z}$$

$$x_v = \frac{xz_p - xz - xz_v + xz}{z_p - z} = \frac{xz_p - xz_v}{z_p - z}$$

$$x_v = x \left(\begin{array}{c} z_p - z_v \\ \hline z_p - z \end{array} \right) \quad \text{rumus 3}$$

Dengan cara yang sama kita dapat memperoleh y_v , sebagai berikut:

$$y_v = y \left(\begin{array}{c} z_p - z_v \\ \hline z_p - z \end{array} \right) \quad \text{rumus 4}$$

Apabila bidang proyeksi berhimpit dengan bidang x-y maka $z_v = 0$ sehingga rumus 3 dan rumus 4 dapat disederhanakan menjadi rumus 5.

$$x_v = x \left(\begin{array}{c} z_p - z_v \\ \hline z_p - z \end{array} \right) = x \left(\begin{array}{c} z_p \\ \hline z_p - z \end{array} \right) = x \left(\begin{array}{c} 1 \\ \hline z \\ 1 - \frac{z}{z_p} \end{array} \right) = \frac{x}{1 - \frac{z}{z_p}}$$

$$y_v = y \left(\begin{array}{c} z_p - z_v \\ \hline z_p - z \end{array} \right) = y \left(\begin{array}{c} z_p \\ \hline z_p - z \end{array} \right) = y \left(\begin{array}{c} 1 \\ \hline z \\ 1 - \frac{z}{z_p} \end{array} \right) = \frac{y}{1 - \frac{z}{z_p}} \quad \text{rumus 5}$$

dengan $z < z_p$ dan $z_p \neq 0$ (mengapa ?)

LATIHAN 12.4

Lakukan proyeksi perspektif dengan mata terletak di $z_p = 4$ terhadap vertex-vertex di **Tabel 12.6** diproyeksikan ke bidang x-y.

Tabel 12.6 *Vertex*

Vertex	x	y	Z
0	0,0	-1,0	0,0
1	1,0	-1,0	0,0
2	1,0	-1,0	1,0
3	0,0	-1,0	1,0
4	0,5	0,5	0,5

Tabel 12.7 *Surface Index*

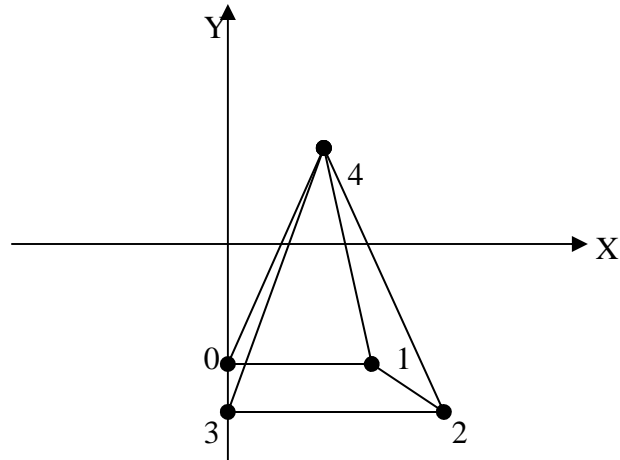
Surface Index											
0	1	4	1	2	4	2	3	4	3	1	4

JAWAB 12.4

Lokasi vertex setelah diproyeksikan diperlihatkan pada **Tabel 12.8** **Gambar 12.12** memperlihatkan tampilan benda setelah diproyeksikan.

Tabel 12.8 Vertex setelah diproyeksikan pada bidang $x-y$ dengan $z_p = 4$

Vertex	x	y
0	$0/1 - (0/4) = 0$	$-1/1 - (0/4) = -1$
1	$1/1 - (0/4) = 1$	$-1/1 - (0/4) = -1$
2	$1/1 - (1/4) = 1,3$	$-1/1 - (1/4) = 1,3$
3	$0/1 - (1/4) = 1,3$	$-1/1 - (1/4) = 1,3$
4	$0,5/1 - (0,5/4) = 0,6$	$0,5/1 - (0,5/4) = 0,6$



Gambar 12.12 Hasil proyeksi perspektif dengan $z_p = 4$