

KONVOLUSI

PROSES KONVOLUSI

- ***Formula Konvolusi:***

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha) g(x - \alpha) d\alpha$$

α = *dummy variable of integration*

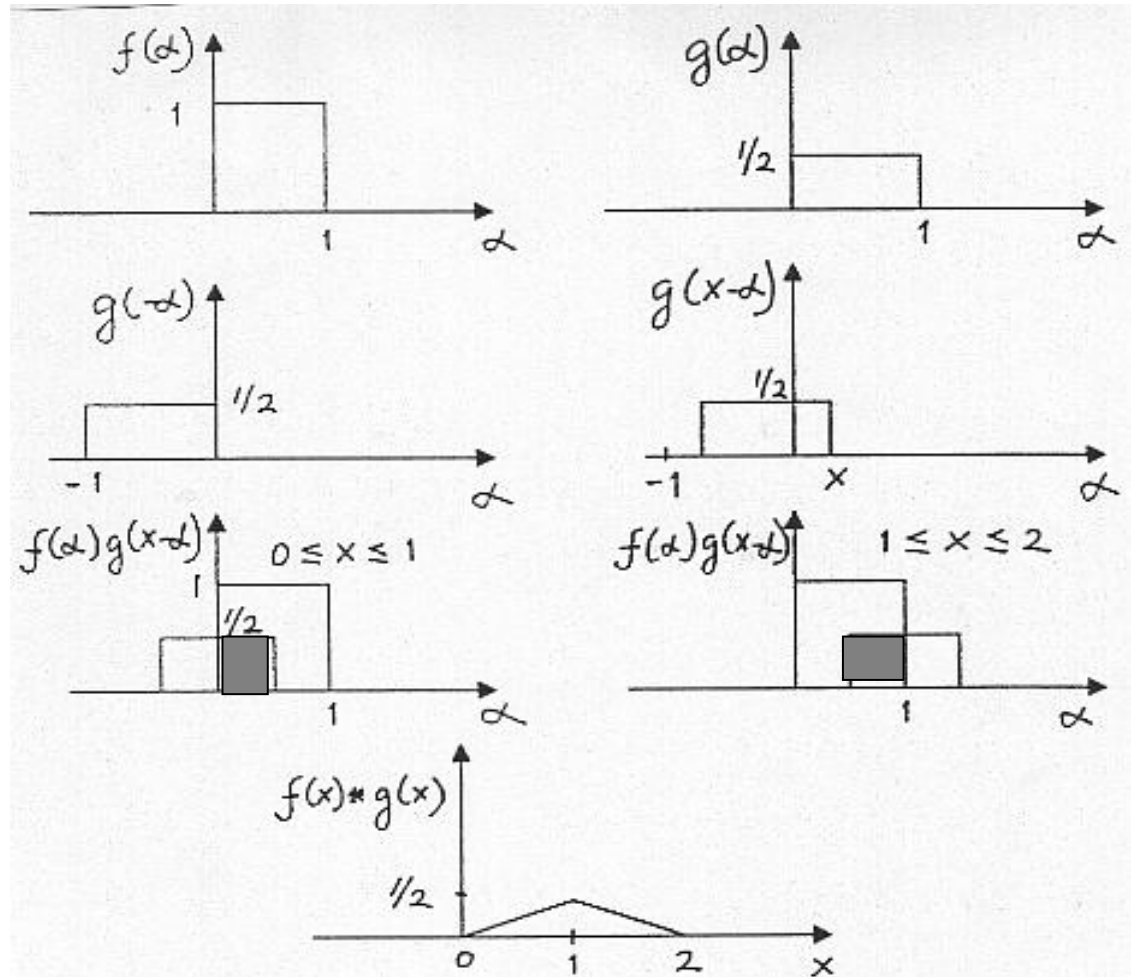
$g(x)$ = *convolution filter/convolution mask/convolution kernel/template*

- ***Konvolusi dalam fungsi Diskrit***

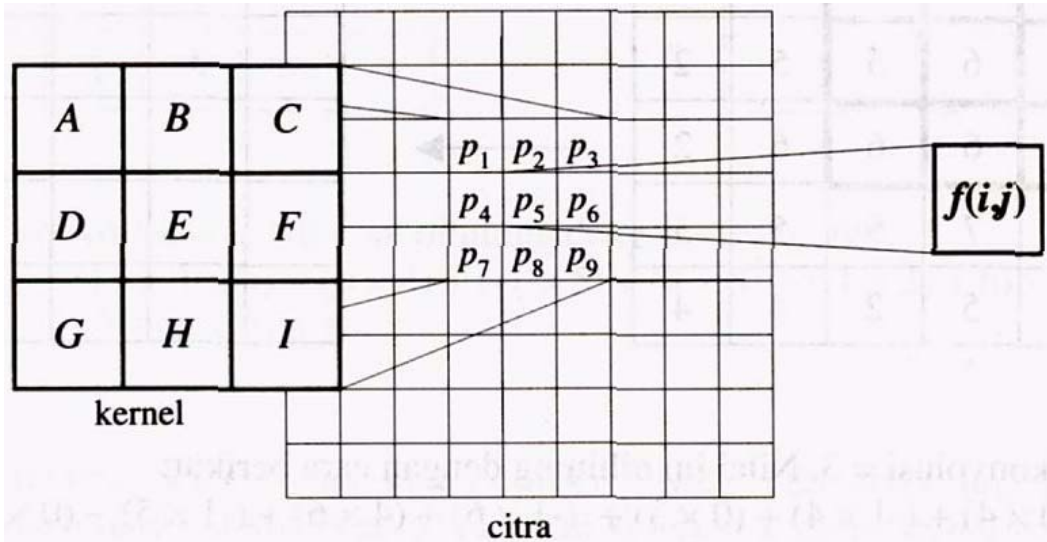
$$f(x) * g(x) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} f(x) g(x - \alpha)$$

Ilustrasi Proses Konvolusi

$$f(x)*g(x) = \begin{cases} x/2, & 0 \leq x < 1 \\ 1 - x/2, & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$



Konvolusi pada Fungsi 2D



| | | |
|------------|----------|------------|
| $i-1, j-1$ | $i-1, j$ | $i-1, j+1$ |
| $i, j-1$ | ij | $i, j+1$ |
| $i+1, j-1$ | $i+1, j$ | $i+1, j+1$ |

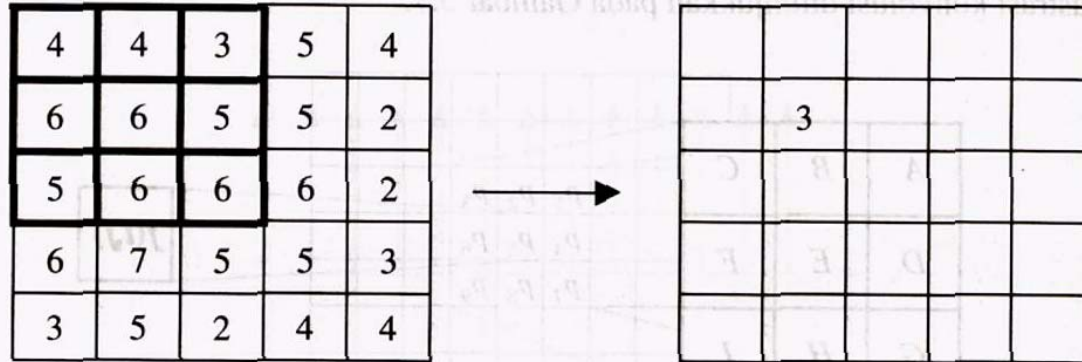
$$f(i,j) = A p_1 + B p_2 + C p_3 + D p_4 + E p_5 + F p_6 + G p_7 + H p_8 + I p_9$$

Contoh 1 : citra $f(x,y)$ berukuran 5 X 5 dengan kernel atau mask 3 X 3

- $f(x,y) * g(x,y)$

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 5 & 4 \\ 6 & 6 & 5 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 6 & 6 & 2 \\ 6 & 7 & 5 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 4 \end{bmatrix} \quad g(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

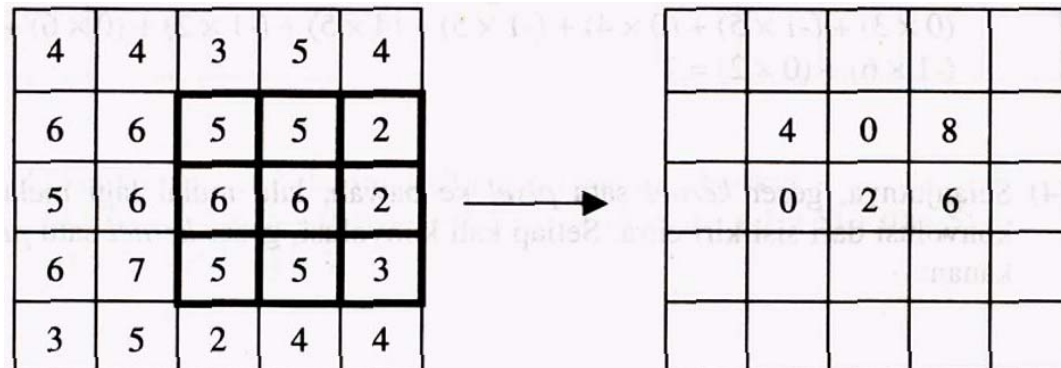
- Operasinya :
 - Tempatkan kernel pada sudut kiri atas kemudian hitung nilai piksel pada posisi (0,0) dari kernel
 - Geser kernel satu piksel ke kanan kemudian hitung nilai piksel pada posisi (0,0) kernel, begitu seterusnya hingga geser satu piksel ke bawah, lalu mulai lagi melakukan konvolusi dari sisi kiri citra.



Hasil konvolusi = 3. Nilai ini dihitung dengan cara berikut:

$$(0 \times 4) + (-1 \times 4) + (0 \times 3) + (-1 \times 6) + (4 \times 6) + (-1 \times 5) + (0 \times 5) + (-1 \times 6) + (0 \times 6) = 3$$

- Dengan cara yang sama, setiap baris piksel dikovolusi



konvolusi = 6. Nilai ini dihitung dengan cara berikut:

$$(0 \times 5) + (-1 \times 5) + (0 \times 2) + (-1 \times 6) + (4 \times 6) + (-1 \times 2) + (0 \times 5) + (-1 \times 5) + (0 \times 3) = 6$$

Hasil konvolusi :

| | | | | |
|--|---|---|---|--|
| | | | | |
| | 4 | 0 | 8 | |
| | 0 | 2 | 6 | |
| | 6 | 0 | 2 | |
| | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 3 | 5 | 4 | ? |
| 6 | 6 | 5 | 5 | 2 | ? |
| 5 | 6 | 6 | 6 | 2 | ? |
| 6 | 7 | 5 | 5 | 3 | |
| 3 | 5 | 2 | 4 | 4 | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 4 | 3 | 5 | 4 |
| 6 | 4 | 0 | 8 | 2 |
| 5 | 0 | 2 | 6 | 2 |
| 6 | 6 | 0 | 2 | 3 |
| 3 | 5 | 2 | 4 | 4 |

- Jika nilai piksel (-), nilai tsb dijadikan 0, jika nilai > nilai max gray level maka dilakukan clipping
- Untuk masalah piksel pinggir, solusi untuk masalah ini adalah :
 - Piksel pinggir diabaikan, tidak dikonvolusi
 - Duplikasi elemen citra, elemen kolom ke-1 disalin ke kolom M+1, begitu juga sebaliknya lalu konvolusikan.
 - Elemen yang ditandai dengan (?) diasumsikan bernilai 0 atau konstanta yang lain sehingga konvolusi piksel pinggir dapat dilakukan.
- Konvolusi piksel pinggir tidak memperlihatkan efek yang kasat mata.

- Contoh 2 : Konvolusi Citra Lena dengan filter Gaussian

$$g(x, y) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$



$$* \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} =$$



Kegunaan Konvolusi

- Perbaiki kualitas citra (*image enhancement*)
- Penghilangan derau (noise)
- Penghalusan/Pelembutan citra
- Deteksi tepi/penajaman tepi